

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

Unidad de aprendizaje:	GEOMETRIA ANALITICA		
Departamento:	UNIDADES DE APRENDIZAJE DEL ÁREA BÁSICA	Nivel:	3
Academia:	MATEMÁTICAS	Turno:	MATUTINO

GUÍA DE ESTUDIO ELABORADA POR:	ACADEMIA DE MATEMATICAS T.M.
-----------------------------------	------------------------------

FECHA DE ELABORACIÓN	2012
-------------------------	------

RECOMENDACIONES GENERALES PARA RESOLVER LA GUÍA:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Revisa y resuelve el contenido completo de la guía de estudio y apóyate en las fuentes de consulta que se recomiendan a continuación. ✓ Retoma los apuntes y bibliografía del curso para revisar ejercicios similares a los que se proponen en la guía. ✓ Acude a resolver dudas específicas sobre los temas de la guía en los horarios disponibles de los profesores para asesorías individuales que se publicarán en la página web del CECYT (http://www.cecyl1.ipn.mx) o en la jefatura de departamento que se indica en el encabezado. ✓ Acude con tu guía resuelta a la sesión grupal para revisar la solución de la guía en la fecha y horario que se publicará en la página web del CECYT (http://www.cecyl1.ipn.mx) o en la jefatura de departamento que se indica en el encabezado.
--	---

INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR EL EXAMEN:	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Insíbete al E.T.S. a través de la página del SAES (http://www.saes.cecyl1.ipn.mx) o en ventanilla de Gestión Escolar el 24 o 25 de junio de 2013. ▪ Acude puntualmente en la fecha y horario que indique tu comprobante de inscripción al E.T.S. ▪ Para poder presentar el E.T.S. deberás presentar identificación con fotografía reciente y comprobante de inscripción sellado por el área de Gestión Escolar.
---	---

TEMAS A EVALUAR EN EL EXÁMEN	
1	Distancia entre dos puntos / Área de un triángulo / Punto de división
2	Ecuación de un lugar geométrico
3	Pendiente de una recta/ Ángulo entre dos rectas/ Condiciones de paralelismo y perpendicularidad
4	Formas de la ecuaciones de la recta: punto-pendiente/ pendiente-ordenada en el origen/ general /simétrica / normal/ Distancia de un punto a una recta
5	Cónicas: Ecuación / Elementos /Aplicaciones (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola)
6	

FUENTES DE CONSULTA RECOMENDADAS PARA RESOLVER LA GUÍA	
1	Geometría analítica / Samuel Fuenlabrada / McGraw- Hill
2	Matemáticas II Geometría analítica / Juan Antonio Cuellar / MacGraw- Hill
3	Geometría analítica / Lehmann / Limusa
4	
5	

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

CONTENIDO DE LA GUÍA

ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 1.-Hallar la distancia entre los puntos $A(6,0)$ y $B(0, -8)$
- 2.-Demostrar que los puntos $(0,0)$, $(3,4)$, $(8,4)$ y $(5,0)$ son los vértices de un rombo.
- 3.-Demostrar que los puntos $(0,1)$, $(3,5)$, $(7,2)$ y $(4, -2)$ son los vértices de un cuadrado.
- 4.-Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 5 es el punto $(3, -2)$. Si la abscisa del otro extremo es 6. Hallar su ordenada. (Dos soluciones).
- 5.-Un triángulo equilátero tiene por vértice $(-3,0)$ y $(3,0)$. Determinar las coordenadas del tercer vértice. (Dos soluciones).
- 6.-Hallar el punto sobre el eje "y" que es equidistante de $(-4,-2)$ y $(3,1)$.
- 7.-La longitud del lado de un cuadrado es 6, tiene sus lados paralelos a los ejes coordenados y su centro en el origen ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices ?
- 8.-Demuestre que el triángulo cuyos vértices son $A(1,1)$, $B(0,5)$ y $C(-3,0)$ son los vértices de un triángulo rectángulo. Calcular el perímetro y su área.
- 9.-Una recta de pendiente 3 pasa por el punto $(3,2)$, la ordenada del otro punto es 4. Hallar su abscisa.
- 10.-Demostrar que los puntos $(6, -2)$, $(2,1)$ y $(-2,4)$ son colineales. (Dos soluciones).
- 11.-Demostrar que la recta que pasa por los dos puntos $(-2, 5)$ y $(4,1)$ es perpendicular a la que pasa por los dos puntos $(-1,1)$ y $(3,7)$.
- 12.-Demostrar que los puntos $(1,1)$, $(5,3)$ y $(6, -4)$ son vértices de un triángulo isósceles. (Dos soluciones).
- 13.-La sección transversal de una casa es un triángulo isósceles de 18 metros de anchura. Si la pendiente de un lado es 1.75 y hay un segundo piso de 8 metros arriba del primero ¿Cuál es la anchura del segundo piso ?
- 14.-Encuentre las coordenadas de los vértices de un triángulo sabiendo que las coordenadas de los puntos medios de sus lados son $(4,2)$, $(5,4)$ y $(3,5)$.
- 15.- Encuentra las coordenadas de los puntos que dividen en cuatro partes iguales al segmento $A(1,2)$ y $B(9,10)$.

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

- 16.- Hallar los puntos de trisección cuyos extremos son los puntos $(-2,3)$ y $(6,-3)$
- 17.- Calcula las coordenadas del punto que divide al segmento $A(-2,-1)$ y $B(3,2)$ con una razón de -2
- 18.-La recta que pasa por $(6, -4)$ y $(-3,2)$ es paralela a la que pasa por $(2,1)$ y $(0,y)$. Calcular el valor de " y ".
- 19.-Calcular el área del pentágono $(0,5)$, $(7,6)$, $(-1,0)$, $(5, -2)$ y $(3,2)$
- 20.-El centro de un cuadrado es el punto $(2, -1)$ y dos de sus vértices son $(2,2)$ y $(-1, -1)$. Encontrar las coordenadas de los otros dos puntos.
- 21.-Encontrar los ángulos internos del triángulo cuyas coordenadas son $A(-3,1)$, $B(3,5)$ y $C(-2,6)$.
- 22.-Hallar la pendiente de una recta que forma un ángulo de 45° con la recta que pasa por los puntos de coordenadas $(2, -1)$ y $(5,3)$.
- 23.-Demostrar analíticamente que el punto medio de la hipotenusa de un triángulo rectángulo equidista de los tres vértices.
- 24.- Si el punto $(x,3)$ es equidistante de $(3, -2)$ y $(7,4)$. Hallar " x ".
- 25.- Demostrar que los puntos $(8,0)$, $(0,-6)$ y $(1,1)$.Pertencen a una circunferencia cuyo centro es el punto $(4, -3)$.
- 26.- Los vértices de un triángulo son $A(1,4)$, $B(x,5)$ y $C(8, -3)$ y su área es de $14 u^2$. Determinar la " x ".
- 27.- El punto $P(5, -1)$ divide al segmento AB en la razón $r = 2/3$. Si $A(11, -3)$, encontrar las coordenadas de B .
- 28.- Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135° . Sabiendo que la recta final tiene pendiente -3 . Calcular la pendiente de la recta inicial.

LUGAR GEOMÉTRICO

Hallar la ecuación del lugar geométrico que satisface las condiciones dadas sí:

- 1.-De un punto P que es equidistante de los puntos $A(2, -4)$ y $B(-1,5)$.
- 2.- El punto P esta tres veces mas lejos de $A(9,0)$ que de $B(1,0)$
- 3.- Un punto se mueve de tal manera que su distancia del eje " y " es siempre igual a su distancia del punto $M(4,0)$
- 4.- Un punto se mueve de tal manera que su distancia al origen es siempre igual a 2

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

- 5.- Si la abscisa es siempre igual al doble de su ordenada
- 6.- La suma de los cuadrados de sus distancias de P a los puntos (4,2) y (-3,1) es de 50 unidades.
- 7.- La diferencia de las distancias de P a (-5,0) y (5,0) es igual a 8
- 8.- Un punto que se mueve sobre la recta de pendiente igual a $\frac{2}{3}$ y que pasa por las coordenadas A(-1,5)
- 9.- El punto P esta sobre la recta que pasa por (2,-4) y tiene pendiente igual a 2
- 10.- Todos los puntos que están a doble distancia de (4,4) que de (1,1)
- 11.- Los puntos A(2,4) y B(5, -3) al punto P, la pendiente PA sea igual a la pendiente PB mas la unidad.
- 12.- Dados los puntos A(-2,3) t B(3,1) al punto P, de manera que la pendiente PA, sea el recíproco, con signo contrario, de la pendiente PB.
- 13.- El punto P es el vértice de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es el segmento de extremos A(-3,2) y B(4, -5)
- 14.- Del conjunto de todos los puntos equidistante del eje " y " y del punto (4,0).
- 15.- Un punto que equidista de (4,4) es el doble de lo que distan de (1,1)

LA LÍNEA RECTA

1.- Hallar las ecuaciones de las rectas que satisfacen las siguientes condiciones:

- a) Pasa por (0,2) y tiene pendiente 3
- b) Pasa por A (1,5) y tiene pendiente -2
- c) Pasa por (-3, -4) y tiene pendiente $-\frac{4}{3}$
- d) Pasa por los puntos A(2, -3) y B(4,2)
- e) Pasa por los puntos (-4, -5) y (-6,0)
- f) Con pendiente -3 y ordenada en el origen 4
- g) Con abscisa y ordenada en el origen 5 y -3 respectivamente.
- h) Pasa por el punto (2,3) y cuya abscisa al origen es el doble que la ordenada al origen.

2.- Determinar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4, y que pasa por el punto de las intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ & $3x - 2y + 9 = 0$

3.- Una recta pasa por el punto A (7,8) y es paralela a la recta C(-2,2) y D(3, -4). Hallar su ecuación.

4.- Encontrar la ecuación de la mediatriz del segmento que une los puntos H(6,4) y J(4, -2).

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

- 5.- Obtener la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-3,6)$ y es perpendicular a la $3x - 5y + 8 = 0$
- 6.- Hallar el valor del parámetro k para que la recta $kx + (k^2+1)y - 27 = 0$ sea paralela a la recta $2x + 3y - 9 = 0$
- 7.- Encontrar el valor del parámetro k de forma que $4x - ky - 7 = 0$ tenga pendiente 3.
- 8.- Determinar la ecuación de una recta en su forma normal, siendo $w = 60^\circ$ y $p = 6$
- 9.- Reducir la ecuación $12x - 5y - 52 = 0$ a la forma normal, hallar los valores de p y w .
- 10.- Escribir la ecuación de la recta en su forma general y normal si $p = 6^\circ$ & $w = 120^\circ$.
- 11.- Reducir a su forma normal la ecuación. Determinar p & w .
- 12.- Hallar la distancia dirigida de la recta al punto en cada uno de los siguientes casos:
- a) $5x - 12y + 3 = 0$; $(-2,1)$ b) $4x + 3y = 5$; $(2, -5)$
c) $y - 6 = 0$; $(5,3)$ d) $x + 3 = 0$ $(-1, -4)$
- 13.- Hallar la distancia entre las rectas paralelas $x + 2y - 10 = 0$ & $x + 2y + 6 = 0$
- 14.- Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas:
 $3x - 4y - 12 = 0$ & $5x + 12y + 24 = 0$
- 15.- Los puntos $A(3, -2)$, $B(-3,6)$, $C(4,4)$ son los vértices de un triángulo. Determinar:
- Su perímetro y área
 - La ecuación en su forma general y normal de cada lado
 - Sus ángulos internos
 - Las ecuaciones de las medianas, mediatrices, bisectrices y altura
 - Las coordenadas del baricentro, ortocentro, circuncentro e incentro.
 - Demuestre que las coordenadas anteriores son colineales(recta de Euler)
- 16.- La pendiente de una recta que pasa por el punto $P(3,2)$ es igual a $\frac{3}{4}$. Situar dos puntos sobre esta recta que disten 5 unidades de P .
- 17.- Hallar las ecuaciones de las rectas de pendiente $m = -\frac{3}{4}$, que forman con los ejes de coordenadas de un triángulo de área igual a $24u^2$. Trazar su gráfica.

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

CIRCUNFERENCIA

- 1.- Escribir la ecuación de la circunferencia de centro $C(-3, -5)$ y radio 7
- 2.- Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $A(2,3)$ y $B(-4,5)$. Determinar la ecuación de la circunferencia.
- 3.- Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $C(2, -4)$ y que es tangente al eje " y "
- 4.- Obtener la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $C(7, -6)$ y que pasa por los puntos $A(2,2)$.
- 5.- Una circunferencia tiene su centro en el punto $C(0, -2)$ y que es tangente a la recta $5x-12y+2=0$. Hallar su ecuación.
- 6.- Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro esta sobre el eje " x " y que pasa por dos puntos $A(1,3)$ y $B(4,6)$.
- 7.- Una circunferencia pasa por los puntos $A(-3,3)$ y $B(1,4)$ y su centro esta sobre la recta $3x - 2y - 23 = 0$. Encontrar su ecuación.
- 8.- Una cuerda de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$, esta sobre la recta cuya ecuación es $x-7y+25=0$. Determinar la longitud de la cuerda.
- 9.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(4,5)$, $(3, -2)$ y $(1, -4)$
- 10.- Una circunferencia es tangente a la recta $2x - y + 1 = 0$ en el punto $(2,5)$ y el centro esta sobre la recta $x + y = 9$. Encuentre su ecuación.
- 11.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(-2,1)$ y sea tangente a la recta $3x - 2y - 6 = 0$ en el punto $(4,3)$.
- 12.- Encontrar la ecuación de la circunferencia que es tangente a los ejes coordenados y pasa por el punto $M(-2,1)$
- 13.- Determinar las coordenadas del centro y del radio, de las siguientes circunferencias cuyas ecuaciones son :
 - a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$
 - b) $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$
 - c) $x^2 + y^2 - 20y + 19 = 0$
 - d) $2x^2 + 2y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$
 - e) $4x^2 + 4y^2 + 28x - 8y + 53 = 0$
- 14.- Hallar las ecuaciones de las circunferencias tangentes a las rectas $3x - 4y + 1 = 0$ & $4x + 3y - 7 = 0$ y que pasa por el punto $(2,3)$.

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

15.- Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por $(1, -4)$ y que es concéntrica con $x^2 + y^2 - x + 10y + 18 = 0$

16.- Demostrar que las circunferencias $x^2 + y^2 + 16x + 59 = 0$ & $x^2 + y^2 - 8y - 29 = 0$ son tangentes.

17.- Encontrar la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo cuyos lados son las rectas:

$$2x - 3y + 21 = 0$$

$$3x - 2y - 6 = 0$$

$$2x + 3y + 9 = 0$$

PARÁBOLA

1. - Hallar las ecuaciones de las parábolas dadas las siguientes condiciones:

- Vértice en el origen y foco en $(3,0)$
- Vértice en el origen y directriz en la recta $y - 5 = 0$
- Vértice en el origen y directriz en la recta $x + 5 = 0$
- Vértice en $(3,3)$ y foco en $(3,1)$
- Vértice en $(3, -1)$; directriz en $y = 2$
- Foco en $(-3,2)$; directriz $x = 1$
- Vértice en $(-1,0)$, pasa por $(1, -2)$, eje vertical
- Foco en $(2,3)$; eje en $y = 3$; longitud del lado recto es 5
- Directriz en $x = 2$; eje $y = 1$; pasa por $(7,4)$
- Pasa por los puntos $(-2, -1)$, $(4,5)$ y $(4, -3)$ y eje horizontal
- Vértice $(2,3)$ y foco $(5,3)$
- Foco $(5,2)$ y pasa por $P(3,2)$
- Foco $(4, -1)$; eje $x = 4$, pasa por $(8,2)$
- Lado recto formado por los puntos $(3,5)$ y $(3, -3)$

2. - Encontrar la mayor altura de un vagón de ferrocarril de techo plano, con ancho de 10 metros, que puede pasar por debajo de un arco parabólico cuya altura y anchura máxima son 20m.

3. - Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyo centro esta sobre la recta $x = 12$, pasa por el foco de $x^2 + 12y = 0$ y es tangente a la directriz de la parábola.

4. - Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el vértice y los puntos extremos del lado recto de la parábola $x^2 - 4y = 0$

5. - Encuentra la ecuación de la circunferencia de radio 5 con centro en el vértice de la parábola cuyo foco es $(1, -1)$ y cuya directriz es la recta $x = -3$.

6. - Determinar el vértice, foco, directriz y L.R.. Grafica además cada uno de los casos:

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

- a) $x^2 - 6x - 12y - 51 = 0$ d) $x^2 - 8x + 5y - 4 = 0$
b) $y^2 + 8x - 6y + 25 = 0$ e) $y^2 + 2y - 4x + 9 = 0$
c) $y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$ f) $x^2 - 4x - 4y = 0$
g) $y^2 - 14y - 24x - 119 = 0$

ELIPSE

1. - Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones siguientes:

- Centro en el origen, vértice (6,0) y eje menor igual a 10
- Centro en el origen, foco en (2,0) y vértice en (5,0)
- Centro en (5,1), Vértice en (5,4) y uno de los extremos del eje menor es (3,1)
- Vértices están en (8,2) y (-2,2) y uno de los focos se encuentra en (6,2).
- Foco en (1,-1) y su eje menor tiene sus extremos en (-1,2) y (-1,-4)
- Excentricidad es 15/17, los extremos del eje menor son (-3,-2) y (13,-2)
- Vértices en (8, -1) y (-4, -1) y la longitud del lado recto es 3.
- Centro (4,-1), foco (1, -1) y pasa por el punto (8,0)
- Centro (-3,1), extremo del eje menor en (-1,1) y pasa por (-2, -2)

2.- Graficar y determinar todos los elementos de las siguiente ecuaciones

- $4x^2 + 9y^2 = 36$
- $16x^2 + 25y^2 = 400$
- $25x^2 + 16y^2 + 200x + 160y + 400 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 32x + 18y + 37 = 0$
- $x^2 + 4y^2 + 6x + 16y + 21 = 0$
- $4x^2 + 8y^2 - 4x - 24y - 13 = 0$

3.- Es el vértice de la parábola es el foco superior de la elipse $13x^2 + 4y^2 - 52x - 24y + 36 = 0$ y además, la parábola pasa por los extremos del eje menor de la elipse. Obtener su ecuación.

4.- El arco de un paso subterráneo es una semielipse de 6 metros de ancho y 2 metros de altura. Hallar el claro en la orilla de un carril si la orilla esta a 2 metros del punto medio.

5.- Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el centro de la elipse $4x^2 + y^2 + 8x + 2y - 31 = 0$ y pasa por el punto P (1,3)

HIPÉRBOLA

1.- Determinar la ecuación de cada una de las hipérbolas dadas las siguientes condiciones:

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

- Centro en el origen, un Vértice en $(-2,0)$ y foco $(4,0)$.
- Centro en el origen, excentricidad 2, un vértice en $(0,4)$.
- Centro en el origen, Foco en $(10,0)$, pasa por $(10,9/2)$
- Centro $(-5,1)$, excentricidad $4/3$, vértice $(-5,-5)$
- Extremos del eje conjugado en $(0,0)$ y $(0,8)$ excentricidad $\sqrt{3}$
- Focos en $(-3, -5)$ y $(7, -5)$, un extremo del eje conjugado en $(2, -3)$
- Centro en $(-2,2)$, un extremo del eje conjugado en $(0,2)$, pasa por $(0, -4)$
- Centro en el origen, $L:R = 5$ y un foco en $(3,0)$
- Centro en el origen, vértice en $(6,0)$ y por una de sus asíntotas la recta $4x-3y=0$
- La longitud del eje conjugado igual a 6 y vértices en $(-1, 3)$ y $(5,3)$

2.- Grafica y establece los elementos de cada una de las siguientes ecuaciones:

- $36y^2 - 64x^2 = 2304$
- $4x^2 - 9y^2 - 8x + 36y - 68 = 0$
- $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$
- $12y^2 - 4x^2 + 72y + 16x + 44 = 0$
- $16x^2 - 9y^2 + 128x - 72y + 256 = 0$
- $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y + 31 = 0$
- $x^2 - 2y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$

3.- Encuentra la ecuación de la circunferencia con centro en el centro de la hipérbola $x^2 - 2y^2 - 8x + 24y - 60 = 0$ y radio de la distancia entre los vértices de la hipérbola.

4.- Encontrar la ecuación de la hipérbola que tiene los mismos focos de la elipse $3y^2 + 4x^2 = 48$ y su excentricidad es una unidad mayor que la excentricidad de la elipse.

5.- Encontrar la ecuación de la elipse cuyos vértices son los focos de la hipérbola $5x^2 - 4y^2 = 720$ y su excentricidad es el recíproco de la excentricidad de la hipérbola.