

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

Unidad de aprendizaje:	CALCULO DIFERENCIAL		
Departamento:	UNIDADES DE APRENDIZAJE DEL ÁREA BÁSICA	Nivel:	4
Academia:	MATEMÁTICAS	Turno:	MATUTINO

GUÍA DE ESTUDIO ELABORADA POR:	ACADEMIA DE MATEMATICAS T.M.
-----------------------------------	------------------------------

FECHA DE ELABORACIÓN	2012
-------------------------	------

RECOMENDACIONES GENERALES PARA RESOLVER LA GUÍA:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Revisa y resuelve el contenido completo de la guía de estudio y apóyate en las fuentes de consulta que se recomiendan a continuación. ✓ Retoma los apuntes y bibliografía del curso para revisar ejercicios similares a los que se proponen en la guía. ✓ Acude a resolver dudas específicas sobre los temas de la guía en los horarios disponibles de los profesores para asesorías individuales que se publicarán en la página web del CECYT (http://www.cecyl1.ipn.mx) o en la jefatura de departamento que se indica en el encabezado. ✓ Acude con tu guía resuelta a la sesión grupal para revisar la solución de la guía en a la fecha y horario que se publicará en la página web del CECYT (http://www.cecyl1.ipn.mx) o en la jefatura de departamento que se indica en el encabezado.
--	---

INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR EL EXAMEN:	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Insíbete al E.T.S. a través de la página del SAES (http://www.saes.cecyl1.ipn.mx) o en ventanilla de Gestión Escolar el 24 o 25 de junio de 2013. ▪ Acude puntualmente en la fecha y horario que indique tu comprobante de inscripción al E.T.S. ▪ Para poder presentar el E.T.S. deberás presentar identificación con fotografía reciente y comprobante de inscripción sellado por el área de Gestión Escolar.
---	---

TEMAS A EVALUAR EN EL EXÁMEN	
1	Algebra de funciones / Composición de funciones /Evaluación de funciones
2	Limites que tienden a una constante / Forma indeterminada $\frac{0}{0}$ / Forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$
3	Derivadas algebraicas y transcendentales (empleando el formulario)
4	Ecuaciones de la recta tangente y recta normal / Ángulo entre curvas
5	Funciones crecientes y decrecientes / Concavidad / Puntos de inflexión /Máximos y mínimos / Gráfica
6	Aplicaciones de máximos y mínimos /Velocidad instantánea / Aceleración instantánea

FUENTES DE CONSULTA RECOMENDADAS PARA RESOLVER LA GUÍA	
1	Calculo diferencial / Samuel Fuenlabrada / McGraw Hill
2	Calculo diferencial e integral / Purcell / Pearson
3	Calculo diferencial e integral / William Granville Anthony / Limusa
4	Calculo diferencial / Juan Antonio Cuellar / McGraw Hill
5	

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

CONTENIDO DE LA GUÍA

EVALUACIÓN DE FUNCIONES

1) Dada la función $f(x) = x^2 - 4x + 6$

Calcular:

a) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) $f(-3)$

c) $f(3a - 5)$

Demostrar que:

d) $f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right)$

e) $f(2 - h) = f(2 + h)$

2) Dada la función $f(x) = \frac{2}{x^2 - 2}$

Calcular:

a) $f(\sqrt{2})$

b) $f(x^2 - 2)$

c) $f\left(\frac{X^2}{2}\right)$

3) Dada la función $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

Calcular:

a) $f(0)$

Demostrar que:

c) $f\left(\frac{1}{X}\right) = -f(x)$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

b) $f(-2a)$

d) $f\left(-\frac{1}{X}\right) = -\frac{1}{f(x)}$

4) si $g(x) = x^3 - 5x^2 - 4x + 20$, demostrar que:

a) $f(0) = -2f(3)$

b) $f(7) = 5f(-1)$

5) si $f(x) = B^x$, demostrar que $f(x) \cdot f(h) = f(x+h)$

6) A partir de $f(x) = \frac{1}{x}$, demostrar que $f(a) - f(b) = f\frac{ab}{b-a}$

ALGEBRA DE FUNCIONES

En los siguientes ejercicios calcular:

$$f(x) + g(x)$$

$$f(x) - g(x)$$

$$f(x) \cdot g(x)$$

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

1) si $f(x) = 3x^2 + 1$

&

$$g(x) = x - 1$$

2) si $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

&

$$g(x) = x - 1$$

3) si $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

&

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

4) si $f(x) = \frac{2x-3}{x+3}$

&

$$g(x) = \frac{x-3}{4x+2}$$

5) si $f(x) = \sqrt{x}$

&

$$g(x) = \sqrt{x^3}$$

6) si $f(x) = \sqrt{2x+1}$

&

$$g(x) = \sqrt{4x-1}$$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

FUNCIONES COMPUESTAS

En los siguientes ejercicios calcular:

$$(f \circ g)(x) = \quad (g \circ f)(x) = \quad (f \circ f)(x) = \quad (g \circ g)(x) =$$

1) Si $f(x) = x^2 - 3x + 2$ & $g(x) = x - 1$

2) Si $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$ & $g(x) = x^2 + x$

3) Si $f(x) = \frac{1}{x^2}$ & $g(x) = \frac{2-x}{2+x}$

4) Si $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ & $g(x) = \frac{2-x}{2+x}$

5) Si $f(x) = \sqrt{2x+1}$ & $g(x) = \sqrt{x}$

CALCULAR LOS SIGUIENTES LÍMITES:

1) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x-10}{x^3-1000}$

6) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x-h)^4 - x^4}{h}$

2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^3 - 125}$

7) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{2x^2 - 3x - 2}$

8) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 3x - 4}$

9) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h}$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 5x - 3}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 4x + 16}{2x - 4}$

11) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 7x + 12}{2x^2 + 3x + 2}$

21) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 - 8x + 10}{(2x - 2)^2}$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^4 - 16}$

22) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{(4x^3 + 2)(x + 23)}$

13) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{2x+5} - 5}{x - 10}$

23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^2 + 3x + 2}$

14) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{8-x} - 4}{2x + 16}$

24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 - 4}{6x^3 + 3x + 2}$

15) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{2-\sqrt{1-x}}$

25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{6+x-3x^2}$

16) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{2x+13} - 5}{3x-18}$

26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{y^4+1}}{2y^2-3}$

17) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{x+8} - 3}$

27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+4}}{x+4}$

18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{4-\sqrt{14+x}}$

28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{w^2-2} + 3}{w+5}$

19) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+32} - 6}{\sqrt{x+5} - 3}$

29) $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{x^2k + 3k^2 + k^3}{2xk + 5k^2}$



GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

$$20) \lim_{x \rightarrow h} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{h}}{x - h}$$

$$30) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

DERIVA LAS SIGUIENTES FUNCIONES EMPLEA LA

REGLA DE LOS 4 PASOS (REGLA GENERAL DE DERIVADA)

1) $y = 2x - 5$

6) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

2) $y = 5a - 7b$

7) $y = \sqrt{x}$

3) $y = 3x - 4x^2 + 6a$

8) $y = \sqrt{x+2}$

4) $y = \frac{7}{x} + 4b$

9) $y = \frac{5}{\sqrt{x-7}}$

5) $y = \frac{4}{1-x}$

10) $y = \frac{x+2}{x-5}$

OBTENER LA DERIVADA DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES EMPLEANDO EL FORMULARIO

a) Funciones Algebraicas

1) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x^{-2} + \frac{4}{x^4} - 2x^{1/2} - 5$

2) $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$

3) $y = (x^3 - 2x + 1)(2x^2 + 3x)$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

$$4) y = (x^2 + 4)^2 (2x^3 - 1)^3$$

$$5) z = \frac{3}{(a^2 - y^2)^2}$$

$$6) s = \frac{t^2 + 2t + 1}{t^2 - 2t + 1}$$

$$7) y = \left(\frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} \right)^2$$

$$8) y = (x-1)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

$$9) y = \sqrt[3]{(3x^2 + 5x - 1)^2}$$

$$10) z = \frac{w}{\sqrt{1 - 4w^2}}$$

$$11) f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$12) y = \frac{b-x}{\sqrt{3bx-x^2}} + 10$$

b) Derivadas de funciones trigonométricas

$$16) y = \text{Sen} \frac{x}{2} \text{Cos}^2 \frac{x}{2}$$

$$17) y = 5 \text{Cos}^2 \pi x$$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

$$18) y = \frac{\tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - \cot \alpha}$$

$$19) y = \frac{2}{\sqrt{\sec 4x}}$$

$$20) y = x^2 \operatorname{Sen} x + 2x \operatorname{Cos} x - 2 \operatorname{Sen} x$$

c) Derivadas de funciones trigonométricas inversas

$$21) y = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$$

$$22) y = (\theta^2 - 5)^2 \operatorname{arcsen} 5\theta$$

$$23) y = \arctan \sqrt{2x+1}$$

$$24) f(x) = \operatorname{arccsc}(4x^2 + 4x)$$

$$25) y = x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \operatorname{arcsen} \frac{x}{a}$$

d) Funciones Exponenciales y Logarítmicas

$$26) Y = \ln \frac{x^2}{1+x^2}$$

$$27) y = \ln \sqrt{\frac{3+2x}{3-2x}}$$

$$28) y = e^t \cos t$$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

$$29) y = \ln \sqrt{\cos x}$$

$$30) y = 9^{\cos 3t}$$

$$31) y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$32) y = \text{Log } 3x^2 + x$$

$$33) y = x^3 \ln x$$

$$34) y = e^{\arcsen^2 2x}$$

$$35) y = \sqrt[3]{e^{3x} + 7}$$

$$36) y = \ln(\ln t)$$

$$37) y = \frac{\ln e^{x^2}}{e^{x^3} - 7}$$

$$38) y = \frac{e^{2x}}{x^2 + 3}$$

$$39) y = (e^{2x} + 7)^2$$

$$40) y = x^n e^{\sin 2x}$$

3.- ECUACIONES DE LA TANGENTE Y NORMAL

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

Obtener la ecuación de la tangente y normal, en el punto que se indica.

a) $y = x^3 - 3x^2 - x + 5$ M (3,2)

b) $y = x^3 - 2x^2 + 2$ N (2,4)

c) $x^2 + 3xy + y^2 - 4 = 0$ A (1,1)

d) $xy + 2x - y = 5$ C (2,1)

e) $x^2 + y^2 - xy = 27$ D (6, 3)

f) $4x^2 + 9y^2 = 40$ E (1, 2)

g) $x^3 - bxy + 3by^2 = 3b^3$ F (b, b)

h) $x^3 - 3xy^2 + y^3 = 1$ G (2, 4)

i) $x^3 - y^2 = 16$ Z (2, 2)

J) $x^2 - axy + 3ay^2 = 3a$ H (a, a)

K) $x^2 + xy + 2y^2 = 28$ J (2, 3)

l) $x^2 - 3xy^2 + y^2 = 1$ K (2, -1)

CALCULAR LOS INTERVALOS CRECIENTES, DECRECIENTES, MAXIMOS MINIMOS Y GRAFICAR LAS SIGUIENTES FUNCIONES:

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

1) $y = x^3 - 4x^2 + 5x + 1$

2) $y = 2x^3 - 6x + 1$

3) $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$

4) $y = x^2 + 4x + 2$

5) $y = \frac{x^3}{27} - x$

6) $y = \frac{x^4}{x^2} + 1$

7) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 1$

8) $y = x^4 - 2x^2 + 1$

9) $y = \frac{x^4 + 1}{2}$

10) $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 1$

**GUÍA DE ESTUDIO****Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2**

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

11) $y = \frac{1}{1+3x^2}$

12) $y = \frac{2x}{x^2+1}$

OBTENER EL ÁNGULO QUE FORMA LAS CURVAS QUE SE INDICAN EN CADA UNO DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

a) $x^2 + y^2 = 16$
 $x - y = 4$

b) $x^2 + 3y^2 = 7$
 $2x^2 - y^2 = 7$

c) $4x^2 + 3y^2 = 4$
 $8x^2 + 5y^2 = 7$

d) $2x^2 + 3y^2 + 8x = 3$
 $10x^2 + 4y^2 + 12x = 10$

e) $x^2 + y^2 = 8$
 $x^2 + y^2 - 8x = 0$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

f) $y^2 = 4x$
 $2x^2 = 12 - 5y$

g) $2x^2 + y^2 = 20$
 $4x^2 - x^2 = 8$

h) $2x^2 + y^2 = 0$
 $4x^2 - y^2 = 8$

i) $4x^2 + 9y^2 = 45$
 $x^2 - 4y^2 = 5$

DERIVADAS IMPLÍCITAS: CALCULA $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones implícitas:

1) $x^2 - axy + 3cy = 3a^2$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x+ay}{-ax+6cy}$

2) $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

3) $x^3 - 3x^2y + y^3 = 0$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-3x-6xy}{3x^2+3y^2}$

4) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

5) $x^2 + xy + 2y^2 = 28$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x-y}{x+4y}$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

6) $y^2 = 2px$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{y}$$

7) $x^2 - 3axy + y^2 = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x+3ay}{-3ax+2y}$$

8) $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b^2x}{a^2y}$$

9) $x^2 + a\sqrt{xy} + y^2 = b$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x - \frac{ay}{2\sqrt{xy}}}{\frac{ax}{2}\sqrt{xy} + 2y}$$

10) $\sqrt{2x} + \sqrt{3y} = 3$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{3y}{2x}}$$

HALLAR LAS ECUACIONES DE LAS RECTAS TANGENTE Y NORMAL A LAS SIGUIENTES CURVAS EN EL PUNTO
DADO:

1) $y = 6x + 4$ T (2, 4) sol: $-6x + y + 8 = 0$
 $x + 6y + 26 = 0$

2) $x^2 + 3xy - y^2 - 1 = 0$ T (1, 1) sol: $5x + y - 6 = 0$
 $-x + 5y - 4 = 8$

3) $xy^2 + 2y^3 = x - 2y$ T (0, 0) sol: $x - 2y = 0$
 $2x - y = 0$

4) $x^3 - 3xy^2 - y^3 = 1$ T (2,-4) sol: $-3x + 8y + 38 = 0$
 $8x + 3y - 4 = 0$

5) $2x^3 + 2y^3 - 9xy = 0$ T (2, 1) sol: $-5x + 4y + 6 = 0$
 $4x + 5y - 13 = 0$

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

PROBLEMAS DE APLICACIÓN (MÁXIMOS Y MÍNIMOS)

- 1) Encontrar dos números positivos cuya suma sea 100 y su producto sea el máximo posible.
- 2) Buscar dos números cuya suma sea 125 y que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea el máximo.
- 3) Calcular las dimensiones del rectángulo con perímetro de 240m., de manera que el rectángulo tenga el área máxima.
- 4) Se desea construir una lata cilíndrica de un litro de capacidad de manera que utiliza la menor superficie posible de lámina.
- 5) Con una lámina cuadrada de hoja de lata de "a" pulgadas de lado, se hace una caja sin tapa cortando un pequeño cuadrado de dicho material de cada esquina y doblando los lados hacia arriba. ¿Qué tamaño ha de tener el cuadro cortado en cada esquina para que la caja tenga el mayor y menor volumen posible?
- 6) Hallar dos números positivos cuya suma sea 20; la suma de sus cuadrados sea mínima; su producto sea máximo y el producto del cuadrado de uno de ellos por el cubo del otro sea máximo.
- 7) Un cartel debe incluir un grado de $50m^2$ con márgenes de 40cm en las partes superior e inferior, y 20cm a los lados. Hallar las dimensiones totales y el área del cartel es mínimo.
- 8) Se desea construir un recipiente cilíndrico, sin tapa de base circular y de $64cm^3$ de volumen. Calcular las dimensiones que debe tener para que la cantidad del metal sea mínima.
- 9) Hallar un número positivo tal que al sumarlo con su recíproco de la suma mínima.

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 - 2009

10) Una persona desea cortar un pedazo de alambre de 1m. de largo en 2 trozos. Uno de ellos se va a doblar en forma de cuadrado y el otro en forma de círculo. ¿Cómo debe cortarse el alambre para que la suma de las áreas sea máxima?

11) En el costado de un terreno se encuentra una barda de piedra y se disponen de 600m de malla de acero de la misma altura de la barda, se desea hacer un corral rectangular utilizando el muro de piedra como uno de sus costados. Calcula las dimensiones que debe de tener el corral para encerrar la mayor área posible

12) Se desea construir una caja cuadrada abierta por arriba y de mayor volumen posible, cortando las esquinas cuadradas iguales y doblando hacia arriba para formar las caras laterales. Se dispone de una pieza de hojalata de 32cm por lado. ¿Cuánto debe de medir el cuadrado que se recorta para obtener el volumen máximo?

VELOCIDAD Y ACELERACION

1.- Dada las siguientes ecuaciones de movimiento rectilíneo. Calcular el espacio recorrido, la velocidad y aceleración.

a) $s = 16t^2 - 20t + 4$ $t = 3\text{seg} : t = 2\text{seg}$

b) $s = 100 - 4t - 8t^2$ $t = 3\text{seg} : t = 5\text{seg}$

c) $s = 16t^2 - 20t + 4$ $t = 2$

d) $s = 32t - 8t^2$ $t = 3$

2.- Una pelota que se lanza directamente hacia arriba se mueve según la ley, $S = 25t - 5t^2$. Si "S" se mide en metros y "t" en segundos hallar:

GUÍA DE ESTUDIO

Exámenes a Título de Suficiencia 2013/2

PLAN DE ESTUDIOS 2008 – 2009

- Su posición y velocidad después de 2 y 3 segundos
- Hasta que altura llega
- A que distancia se moveré en 1 segundo

3.- Un coche hace un recorrido en 10 minutos, moviéndose según la ley $S = 100t^2 - t^4$, midiendo "t" en minutos "s" en metros.

- Calcular la distancia que recorre
- Calcular la velocidad máxima

4. La trayectoria de una partícula en movimiento rectilíneo viene dada por

$$S = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$$

- Hallar "S" y "a" cuando $v = 0$
- Hallar "s" y "v" cuando $a = 0$